CUADERNILLO PARA ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO CON LA FISICA Y QUÍMICA DE 1º PENDIENTE DE APROBAR

BOLETÍN DE PROBLEMAS: Método y QUÍMICA

El valor aceptado o exacto es la media de todas las medidas.

El error absoluto es el mayor de: el error del aparato -la mínima división que es capaz de apreciar- o el error de la medida: $\frac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}}$

Error relativo=

$= \frac{e}{valor\ \ exacto}$

1. Al medir 8 veces la duración de un fenómeno, con un reloj que aprecia decisegundos, se han obtenido los siguientes valores: 20'4s; 21'0 s; 21'5s; 20'0 s; 20'0s; 21'1 s; 20'9 s; 21'1 s. Halla el valor aceptado, el error absoluto y el error relativo de esta medida.

El valor exacto o aceptado es la media de los valores obtenidos.

Valor medio = 20,75

Error del aparato= 0,1 s (el enunciado dice que el reloj aprecia decisegundos)
error de la medida = 0,517/√7 = 0,195 s

El error absoluto es el mayor de los dos anteriores, 0,195 s; pero solo puede tener un dígito no cero; se redondea a 0,2 s.

t = 20,75 ± 0,2 s

El valor exacto no puede tener más decimales que el error absoluto. Luego

t = 20,8 ± 0,2 s

El error relativo será 0,2/20,8 = 0,0096 (0,96%). Buena medida

Errores en medidas indirectas:

$\varepsilon_V = \varepsilon_\pi + 2\ \varepsilon_R + \varepsilon_h$

.2. Al medir el volumen de un cilindro de forma indirecta se encuentra que el radio mide 2,98±0,07 cm y su altura es 18,3±0,6 cm. Halla el volumen del cilindro con su error. DATOS: $V_{cilindro} = \pi R^2 h$

Los errores relativos son:

ε_π depende de los decimales que se cojan. Si tomamos todos los que nos da la calculadora, su error relativo es mucho más pequeño que el del radio y la altura, y por tanto, es despreciable (como si fuere cero)

$\varepsilon_R = 0,07/2,98 = 0,002349$

$\varepsilon_h = 0,6/18,3 = 0,03279$

Entonces:

$\varepsilon_V = 0,03748$

El valor exacto del volumen es $V = \pi.2,98^2.18,3 = 510,54437\ cm^3$

El error absoluto del volumen es $e_V = \varepsilon_V\ .\ V = 19,135\ cm^3$, valor que se redondea a $20\ cm^3$ (sólo un digito que no sea cero).

$V = 510 \pm 20\ cm^3$

$$r = \frac{\frac{\Sigma xy}{N} - \bar{x}\,.\,\bar{y}}{\sigma x\,.\,\sigma y}$$

$$y - \bar{y} = r\frac{\sigma y}{\sigma x}(x - \bar{x})$$

.3.Al realizar una investigación se han encontrado los siguientes valores de las variables independiente y dependiente:

x	1	2	4	5	8	10
y	1,36	3,69	27,3	74,21	1490,4	11013

Encuentra una relación lineal entre estos datos (prueba: y vs x; log y vs x; y vs logx; log y vs log x) y halla la ecuación que relaciona x e y.

Es conveniente que hagáis todos los casos. Yo haré log y vs x

x	1	2	4	5	8	10
log y	0,13	0,57	1,44	1,87	3,17	4,04

r = 0,999998

log y= 0,434 x -0,3

$$y = 10^{,434x - 0,3} = 10^{-0,3}.\left(10^{0,434^x}\right) = 0,5\,.\,2,71^x$$

Cuando dos sustancias reaccionan para dar más de un compuesto, si se toma la misma cantidad de una de ellas, las cantidades de la otra sustancia están en relación de números enteros y sencillos.

4. Dos sustancias A y B reaccionan para dar dos compuestos distintos (I) y (II). El compuesto (II) tiene un 53'846% de A. Para el compuesto (I), para obtener 8'8 g de ese compuesto se necesitan 3,2 g de sustancia B. Halla los números enteros y sencillos de los que habla la ley de Proust, para estos datos.

	I	II
A	5,6 g	53,846 g
B	3,2 g	46,154 g

	I	II
A	**5,6 g**	**5,6 g**
B	3,2 g	4,8 g

Al dividir por el menor de los dos números de B , tenemos

I -----> 3,2/3,2 =1

II -----> 4,8/3,2 = 1,5

No son nº enteros; pero multiplicando por 2, tendremos:

I ----> 2

II ----> 3

Los números pedidos son 2 y 3

5. Dibuja un tubo de descarga, con los electrodos unidos a una pila, señalando claramente la carga eléctrica del ánodo y del cátodo y que hay en su interior

(b) Siguiendo con los tubos de descarga, ¿por qué se sabe que los electrones son componentes básicos presentes en toda la materia?

Porque todos los rayos catódicos -formados por electrones en movimiento- son iguales sea cual sea el gas que llena los tubos de descarga.

6. El 2,041% de la masa de un compuesto A es de hidrógeno (masa molecular relativa del compuesto es 98 uma).
a) ¿Cuántos átomos de H hay en una molécula de ese compuesto ?
b) Las masas moleculares de las sustancias indicadas son 98 uma.
¿Cuál o cuáles de las siguientes sustancias puede/n ser el compuesto A?

- □ hidróxido de escandio
- □ ácido fosfórico
- □ ácido sulfúrico

DATOS: H=1 uma

a) Si tomamos 98 uma de A, de hidrógeno hay el 2,041%, o sea, 2 uma de H. Como la masa atómica relativa de H es 1 uma, se concluye que en la molécula de A hay 2 átomos de H.

b) $Sc(OH)_3$ H_3PO_4 H_2SO_4 A es ácido sulfúrico

$R=0,082$ at.L/(mol.K)

$N_A=6,023.10^{23}$

$M_A= m/n$

$PV = nRT$

$n = N/N_A$

$p= P_T . x$

7. En un recipiente de 10 L hay 3 gases a -5ºC. La presión total en el interior del recipiente es 16 atmósferas. Del gas G hay 2 moles; del gas B hay 10^{23} moléculas. La masa molecular relativa del gas C es 16 uma. ¿Cuántos gramos de C hay en el recipiente y cuál es su presión parcial?.

n_G= 2 mol n_B = 0,166 mol n_C=¿?

$P_T . V = n_T . R T$

$16 . 10 = n_T . 0,082 . 268$ $n_T = 7,28 \text{ mol} = 2 + 0,166 + n_C$

$n_C = 5,115$ mol

16 g/mol = $m_C/5,115$

$\mathbf{m_C = 81,83 \ g}$

$\mathbf{p_C}$ = 16 . 5,115/7,28 = **11,24 at**

$$d_{disolución}=\frac{m_{disolución}}{V_{disolución}}$$

8. Preparamos una disolución acuosa de amoníaco disolviendo 2 moles de amoníaco en la cantidad suficiente de agua para tener 3 litros de disolución. La disolución así formada tiene una densidad de 0,8 g/mL. (a) Expresa la concentración de la disolución en % en masa y fracción molar; (b) Halla la presión osmótica de la disolución a 30ºC ; (c) ¿A qué temperatura hierve esa disolución?. (d) ¿Cuál es la presión de vapor de la disolución también a 30ºC?
(constante ebulloscópica del agua = 0,513; presión de vapor del agua pura a 30º = 31,85 mmHg)

(a) n_{NH3}= 2 M_A = m/n 17 g/mol = m_{NH3} / 2 m_{NH3} = 34 g

$$°/o\ en\ masa=\frac{m_{soluto}}{m_{disolución}}.100$$

$V_{disolución}$= 3 L $d_{disolución}$ = 0,8 g/mL $m_{disolución}$ = d_{don} . V_{don} = 0,8 . 3000 = 2400 g

$$0/0\ en\ masa=\frac{34}{2400}.100=1{,}42\,o/o$$

$$x=\frac{n_{soluto}}{n_{soluto}+n_{disolvente}}$$

m_{agua} = 2400 – 34 = 2366 g

n_{agua} = 2366/18 = 131'44 mol

$$x=\frac{2}{2+131'44}=0'015$$

$$\Pi=M\ R\,T$$

$$\Delta T=k_C m$$

$$p_v=p_v^0(1-x)$$

(b) M = 2/3 = 0,667 mol/L
Π = 0,667 . 0,082 . 303 = 16,57 at

(c) molalidad = m = 2/2'366 = 0,845 mol/kg

ΔT = 0,513 . 0,845 = 0,433 ºC. La disolución hierve a una temperatura 0,433 ºC mayor que el agua (100ºC) . Luego, la disolución hierve a 100,433ºC.

(d) p_V = 31,85 (1-0,015) = 31,37 mm Hg

TIPOS DE PROBLEMAS:

A) BÁSICO:
aA+bB+cC=dD+eE+fF

produce
b ------------ e
n_B ----------- n_E

B) REACTIVO LIMITANTE:
Nos dan información inicial de varios reactivos. El reactivo limitante es aquel para el que el cociente n_A/a ; n_B/b ; n_C/c sea menor.

C) RENDIMIENTO:

$$R=\frac{moles\ \ producto\ \ obtenidos}{moles\ \ producto\ \ estequiométricos}.100$$

D) PUREZA o RIQUEZA

$$P=\frac{masa\ \ reactivo\ \ puro}{masa\ \ reactivo\ \ total}.100$$

ECUACIONES BÁSICAS:

$$n_{algo}=\frac{N_{algo}}{N_A}$$

9. En la ecuación siguiente calcula la masa de la sustancia que se pide a partir de la cantidad de reactivo de partida.

(b) Si_3Cl_8 + NH_3 = $Si_3N_4H_4$ + NH_4Cl
1'65 g 1g ?

DATOS: Si=28 uma; Cl=35,5 uma; N=14 uma; H=1 uma

Tipo de problema: X B X RL R P

1.Ajuste de la reacción:

1 Si_3Cl_8 + **12** NH_3 = **1** $Si_3N_4H_4$ + **8** NH_4Cl

2. Elegir el reactivo limitante.

$$n_{Si_3Cl_8}=0{,}00448\ mol \qquad n_{NH_3}=0{,}0588\ mol$$

R.L.

$$Si_3Cl_8\ldots\ldots\frac{0{,}00448}{1}=0{,}00448$$

$$NH_3\ldots\ldots\ldots\frac{0{,}0588}{12}=0{,}0049$$

El reactivo limitante es, por lo tanto, el octocloruro de trisilicio. Esto significa que es con ese reactivo con el que debemos trabajar para calcular las cantidades de sustancias que intervienen en la reacción.

3. Cantidad estequiométrica de $Si_3N_4H_4$ que se produce:

***1** Si_3Cl_8 + **12** NH_3 = **1** $Si_3N_4H_4$ + **8** NH_4Cl*

$$\frac{n_{Si_3Cl_8}}{1}=\frac{n_{NH_3}}{12}=\frac{n_{Si_3N_4H_4}}{1}=\frac{n_{NH_4Cl}}{8}$$

Sustituyendo la cantidad químca de Si_3Cl_8, se obtiene x = 0,0048 mol $Si_3N_4H_4$
x = 0,6912 g de $Si_3N_4H_4$

Para $C_xH_y(H_2O)_z$, $n_C = x.\, n_{C_xH_y(H_2O)_z}$ $n_H = y.\, n_{C_xH_y(H_2O)_z}$ $n_{H_2O} = z.\, n_{C_xH_y(H_2O)_z}$ $M_{A_{algo}} = \frac{m_{algo}}{n_{algo}}$ **P.V = n.R.T**	*4. ¿Cuánto amoníaco queda sin reaccionar?* Hallaremos, en primer lugar, la cantidad de amoníaco que reacciona. $\mathbf{1}\, Si_3Cl_8 + \mathbf{12}\, NH_3 = \mathbf{1}\, Si_3N_4H_4 + \mathbf{8}\, NH_4Cl$ De nuevo, $\frac{n_{Si_3Cl_8}}{1} = \frac{n_{NH_3}}{12} = \frac{n_{Si_3N_4H_4}}{1} = \frac{n_{NH_4Cl}}{8}$ n_{NH3} = 0,0538 mol NH_3 Estos son los moles de amoníaco que reaccionan estequiométricamente con los 0,00448 mol de Si_3Cl_8. Como inicialmente había 0,0588 mol NH_3, quedan sin reaccionar (0,0588 – 0,0538) = 0,005 mol NH_3, que corresponden a una masa de 0,085 g de amoníaco.
$d_{algo} = \frac{m_{algo}}{V_{algo}} = \frac{M_{A_{algo}}}{V_{A_{algo}}}$ $^o/_o en\ masa = \frac{m_{soluto}}{m_{disolución}} .100$ $c.e.m. = \frac{m_{soluto}}{V_{disolución}}$	*10. En la reacción del magnesio y el ácido sulfúrico se obtiene sulfato de magnesio e hidrógeno gaseoso. ¿Qué volumen de disolución acuosa de ácido sulfúrico del 95% en masa y densidad 1'84 g/cm³ se necesita para producir 8'3 litros de gas hidrógeno medidos a 18ºC y 1 atm? ¿Cuántos moles de magnesio deben usarse? DATOS: Mg=24 uma; S=32 uma;O=16 uma; H=1 uma* Tipo de problema: X B RL R P 1. *Ajuste de la reacción.* **1** Mg + **1** H_2SO_4 = **1** $MgSO_4$ + **1** H_2 2. *Estrategia a seguir para resolver el ejercicio.* *a) ¿Cuál es la incógnita?* El ejercicio pide, en primer lugar, el volumen de disolución ....de la que conocemos el % en masa y la densidad. *b) ¿En qué ecuación podemos encontrar el volumen de disolución?.* El volumen de la disolución aparece en el % en volumen, concentración en masa, molaridad y en la densidad. De las cuatro ecuaciones, sólo conocemos como dato la densidad. La tomaremos de aquí. $V_{d^{on}} = \frac{m_{d^{on}}}{d_{d^{on}}} = \frac{m_{d^{on}}}{1{,}84\ g/cm^3}$ *c) ¿Cómo hallamos la masa de disolución?* Además de la ecuación de la densidad, la masa de disolucion aparece en la ecuación del % en masa. La despejaremos de allí: $m_{disolución} = \frac{m_{soluto}}{^o/_o en\ masa} .100 = \frac{m_{soluto}}{95} .100$ *d) ¿Cómo hallamos la masa de soluto?* Del soluto, del ácido sulfúrico, no nos dan ningún dato. Si nos fijamos, los únicos datos que da el ejercicio y que no hemos usado son los correspondientes al gas hidrógeno que se forma en la reacción del soluto (ác. sulfúrico) y magnesio. Podemos intentar relacionar el gas hidrógeno con el soluto vía estequiometría. **1** Mg + **1** H_2SO_4 = **1** $MgSO_4$ + **1** H_2 $\frac{n_{Mg}}{1} = \frac{n_{H_2SO_4}}{1} = \frac{n_{MgSO_4}}{1} = \frac{n_{H_2}}{1}$ En esta relación, lo que se desconoce es la cantidad química del soluto(ác. sulfúrico), ya que los moles de gas hidrógeno se pueden calcular fácilmente utilizando la ecuación de Clapeyron: PV=nRT $n_{H_2} = \frac{P.V}{R.T} = \frac{1\ .\ 8{,}3}{0{,}082\ .\ 291} = 0{,}3478\, mol$

Conocemos, entonces, la cantidad química de soluto...... x=0,3478 mol H_2SO_4

Conocida la cantidad química, hallar la masa de soluto es cosa de niños, sabiendo que la masa molar del ácido sulfúrico es 98 g/mol.

$$m_{soluto} = 0{,}3478 \text{ mol} \cdot 98 \text{ g/mol} = 34{,}0844 \text{ g de soluto}$$

e) ¿Y ahora qué? . El problema ya está resuelto, ya que sólo basta ir sustituyendo los valores hallados en los pasos anteriores.

$$m_{disolución} = \frac{m_{soluto}}{{}^o/_o en\ masa} \cdot 100 = \frac{34{,}0844}{95} \cdot 100 = 35{,}8783\ g$$

$$V_{d^{on}} = \frac{m_{d^{on}}}{d_{d^{on}}} = \frac{m_{d^{on}}}{1{,}84\ g/cm^3} = \frac{35{,}8783\ g}{1{,}84\ g/cm^3} = 19{,}5\ cm^3$$

Y ya se ha hallado la solución a la primera de las cuestiones que nos hace el ejercicio.

2. *Estrategia a seguir para resolver el ejercicio.*
a) ¿Cuál es la incógnita?
En segundo lugar, el ejercicio pide la cantidad química de magnesio

b) ¿En dónde se encuentra la cantidad química de magnesio?
Ciertamente en el enunciado del ejercicio no se nos dice nada acerca de ese elemento: no sabemos su masa, ni el número de átomos actuantes, con lo que no se puede hacer uso de las ecuaciones habituales para hallar la cantidad química. Menos mal que nos queda la estequiometría.

$$\mathbf{1}\ Mg + \mathbf{1}\ H_2SO_4 = \mathbf{1}\ MgSO_4 + \mathbf{1}\ H_2$$

$$\frac{n_{Mg}}{1} = \frac{n_{H_2SO_4}}{1} = \frac{n_{MgSO_4}}{1} = \frac{n_{H_2}}{1}$$

n_{H2SO4}= 0,3478 mol (calculado anteriormente)

(También se podría haber utilizado la relación con el gas hidrógeno, en lugar de con el ácido sulfúrico).

Y el ejercicio ya está solucionado: Se necesitan 0,3478 mol de Mg.

11. Con 65 cm³ de disolución acuosa de ácido sulfúrico 50 mM (milimolar), ¿podrán atacarse totalmente 2 gramos de aluminio, según la reacción:
ácido sulfúrico + aluminio = sulfato de aluminio + hidrógeno gaseoso?.
DATOS: Al=27 uma; S=32uma; O=16 uma; H=1 uma.

Tipo de problema: ☐ B ☒ RL ☐ R ☐ P

Este es un típico ejercicio de reactivo limitante, ya que en el enunciado del ejercicio se nos dan cantidades de dos reactivos.

$$\mathbf{3}\ H_2SO_4 + \mathbf{2}\ Al = \mathbf{1}\ Al_2(SO_4)_3 + \mathbf{3}\ H_2$$

Estrategia a seguir para resolver el ejercicio.
a) ¿Cuál es la incógnita?
Lo que nos pide el ejercicio es saber si el aluminio es el reactivo limitante (el que se consume completamente en la reacción, del que no sobra nada).

b) ¿Cómo resolver el ejercicio?
El reactivo limitante es aquel para el que el cociente n_{H2SO4} /3 ; n_{Al}/2 sea menor.

	Aluminio. Conocida la masa (2 g) es sencillísimo hallar su cantidad química. $$n_{Al}=\frac{2\ g}{27\ g/mol}=0{,}074\ mol$$ Ácido sulfúrico. Del ácido sulfúrico -que por los datos que nos dan es el soluto de una disolución acuosa- tenemos el volumen de la disolución y la molaridad. Estamos interesados en conocer la cantidad química de soluto. Esta magnitud aparece en las ecuaciones de la molaridad, la molalidad y la fracción molar. Viendo los datos que tenemos, trabajaremos con la molaridad: $$M=\frac{n_{soluto}}{V(en\ L)_{disolución}}$$ $$n_{H_2SO_4}=M\ .\ V(en\ L)_{d^{on}}=50.10^{-3}\frac{mol}{L}\ .\ 65.10^{-3}L=0{,}00325\ mol$$ Ya estamos en condiciones de saber cuál es el reactivo limitante: Al: $\frac{n_{Al}}{2}=\frac{0{,}074\,mol}{2\ mol}=0{,}037$ H_2SO_4: $\frac{n_{H_2SO_4}}{3}=\frac{0{,}00325\ mol}{3\ mol}=0{,}001$ CONCLUSIÓN: El reactivo limitante es el ácido sulfúrico -es el que se agota, el que reacciona completamente- y por lo tanto la respuesta al ejercicio es que NO : sobra aluminio. Podríamos completar el ejercicio calculando cuánto aluminio sobra. Vamos allá: **3** H_2SO_4 + **2** Al = **1** $Al_2(SO_4)_3$ + **3** H_2 $\frac{n_{H_2SO_4}}{3}=\frac{n_{Al}}{2}=\frac{n_{Al_2(SO_4)_3}}{1}=\frac{n_{H_2}}{3}$ Sustituyendo los moles de ác.sulfúrico, se despeja la cantidad química de aluminio. n_{Al} = 0,00217 mol m_{Al} = 0,0585 g que reaccionan Sólo reaccionan -la estequiometría nos da, únicamente, las cantidades químicas que reaccionan- 0,0585 g de aluminio. Sobrarán, por tanto, 1,9415 g de aluminio, que quedarán tan ricamente en el recipiente donde se ha realizado la reacción.
	12. Se toman 13'162 g de un sulfato de amonio impuro; se trata con hidróxido sódico y se desprenden 3'77 litros de amoniaco gaseoso, medidos a 18ºC y 98'9 kPa. ¿Cuál es la pureza de la muestra tomada? La reacción que se produce es: *sulfato de amonio + hidróxido de sodio = amoniaco + sulfato de sodio + agua* *DATOS: S=32 uma; N=14 uma; H=1 uma; O=16 uma; Na=23 uma.* 1. *Ajuste de la reacción.* **1** $(NH_4)_2SO_4$ + **2** NaOH = **2** NH_3 + **1** Na_2SO_4 + **2** H_2O 2. *Estrategia a seguir para resolver el ejercicio.* *a) ¿Cuál es la incógnita?* El ejercicio la pureza del reactivo sulfato de amonio. Para hallar la pureza se necesita saber la masa de reactivo total impuro y la masa de reactivo puro. $$P=\frac{masa\ reactivo\ puro}{masa\ reactivo\ total}.100=\frac{masa\ reactivo\ puro}{13{,}162\ g}.100$$ *b) ¿Cómo hallar la masa de reactivo puro?* El reactivo puro es el que reacciona y el que produce amoniaco. Se debe entonces relacionar ambos compuestos, a través de la estequiometría de la reacción:

$$\mathbf{1}\ (NH_4)_2SO_4 + \mathbf{2}\ NaOH = \mathbf{2}\ NH_3 + \mathbf{1}\ Na_2SO_4 + \mathbf{2}\ H_2O$$

$$\frac{n_{(NH_4)_2SO_4}}{1}=\frac{n_{NaOH}}{2}=\frac{n_{NH_3}}{2}=\frac{n_{Na_2SO_4}}{1}=\frac{n_{H_2O}}{2}$$

Lo que se desconoce es la cantidad química de reactivo puro usada; el ejercicio nos proporciona los datos suficientes de amoníaco para hallar su cantidad química:

$$n_{NH_3}=\frac{P.V}{R.T}=\frac{0{,}976\ at.3{,}77\ L}{0{,}082\frac{at.L}{mol.K}.291\ K}=0{,}154\ mol\ NH_3$$

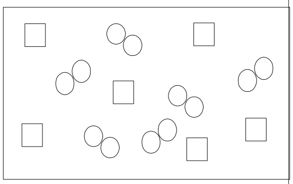
Resolviendo la estequiometría de la reacción, obtenemos la cantidad química estequiométrica de sulfato de amonio puro, $n_{(NH4)2SO4}$ = 0,077 mol.

Una vez que se saben los moles que reaccionan estequiométricamente de sulfato de amonio puro, hallar la masa es cosa de niños:

$$m_{(NH4)2SO4} = 0{,}077\ mol\ .\ 132\ g/mol = 10{,}164\ g$$

c) ¿Y la pureza o riqueza del reactivo?

$$P=\frac{masa\ reactivo\ puro}{masa\ reactivo\ total}.100=\frac{masa\ reactivo\ puro}{13{,}162\ g}.100=\frac{10{,}164\ g}{13{,}162\ g}.100=77{,}22\ ^o/o$$



13. En la figura se representa una mezcla de átomos de azufre y moléculas de dioxígeno en un recipiente cerrado. ¿Cómo estarán distribuidos los átomos después de que la mezcla reaccione según la ecuación

$$2S + 3\ O_2 = 2\ SO_3 \quad ?$$

Tipo de problema: X B X RL ░ R ░ P

En principio éste es un ejercicio de reactivo limitante, ya que nos dan datos -en este caso número de partículas (átomos de S , moléculas de oxígeno gaseoso) – de ambos reactivos.

a) ¿Cuál es el reactivo limitante?.
Aquel cuyo cociente [N/coeficiente] sea menor.

AZUFRE: 6 átomos/2 átomos = 3
DIOXÍGENO: 6 moléculas/3 moléculas = 2 . REACTIVO LIMITANTE.

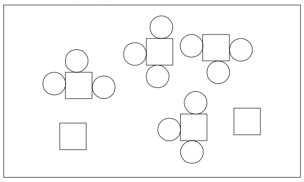
De oxígeno gaseoso sabemos -por ser el reactivo limitante- que es el que se gasta completamente: esto es, de él no va a quedar nada. Veamos, por la estequiometría de la reacción, lo que se produce de trióxido de azufre y lo que queda de azufre.

$$2S \quad + \quad 3\ O_2 \quad = \quad 2\ SO_3$$

$$\frac{N_S}{2}=\frac{N_{O_2}}{3}=\frac{N_{SO_3}}{2}$$

Contando, se ve que hay 6 moléculas de O_2. Sustituyendo, se producen 4 moléculas de SO_3 y se gastan 4 átomos de S. Como inicialmente había 6 átomos de azufre, deben quedar dos átomos de azufre sin reaccionar.

En resumen, se deben formar 4 moléculas de SO_3 y quedar dos átomos de azufre sin reaccionar. El esquema correcto es, por tanto,



Tipo de problema: X B ░ RL X R ░ P

14. Una muestra de 0,135 g de cobre se disolvió con ácido sulfúrico y la disolución obtenida se evaporó a sequedad, obteniéndose 0,134 g de sulfato de cobre(II). ¿Cuál fue el tanto por ciento de rendimiento del proceso?. Los otros productos de la reacción fueron dióxido de azufre y agua. DATOS: masas atómicas: Cu=63,5 uma; S=32; O=16; H=1.

a) Ajuste de la reacción

x Cu + **1** H_2SO_4 ------- **y** $CuSO_4$ + **z** SO_2 + **1** H_2O

Cu: x = y

S : 1 = y + z   -4 = -4y - 4z

O : 4 = 4y + 2z + 1   3= 4y + 2z

$x=\frac{1}{2}$ $z=\frac{1}{2}$ $y=\frac{1}{2}$

1 Cu + **2** H_2SO_4 ------- **1** $CuSO_4$ + **1** SO_2 + **2** H_2O

b) ¿Qué pide el ejercicio?

Queremos saber el rendimiento de la reacción.

$$R=\frac{moles\ \ producto\ obtenidos}{moles\ \ producto\ estequiométricos}.100$$

El producto del que nos dan datos es del sulfato de cobre(II), del que nos dicen que se han obtenido 0,134 g. Mediante la masa molar, podemos hallar la cantidad química de producto obtenido.

$$\text{moles de producto obtenidos} = \frac{0{,}134\ g}{159{,}5\ g/mol}=0{,}00084\ mol$$

Para hallar la cantidad química de producto estequiométrica, debemos acudir a la ecuación ajustada, trabajando con la relación que existe entre el cobre y el sulfato de cobre(II).

1 Cu + **2** H_2SO_4 ------- **1** $CuSO_4$ + **1** SO_2 + **2** H_2O

$$\frac{n_{Cu}}{1}=\frac{n_{H_2SO_4}}{2}=\frac{n_{CuSO_4}}{1}=\frac{n_{SO_2}}{1}=\frac{n_{H_2O}}{2}$$

Conocidos los moles de cobre, podemos hallar los moles estequiométricos del sulfato de cobre(II)

n_{Cu} = 0,00212 mol Cu   x= 0,00212 mol $CuSO_4$

$$R=\frac{moles\ \ producto\ obtenidos}{moles\ \ producto\ estequiométricos}.100=\frac{0{,}00084\ mol}{0{,}00212\ mol}.100=39{,}62\ {}^o/o$$

15. 1,7395 g de plomo reaccionaron con oxígeno gaseoso dando 1,865 g de óxido de plomo(II). ¿Cuál fue el tanto por ciento de rendimiento de la operación?. DATOS: Pb=207 uma; O=16 uma.

Tipo de problema: X B ☐ RL X R ☐ P

a) Ajuste de la reacción

2 Pb + **1** O_2 ------- **2** PbO

b) ¿Qué pide el ejercicio?

Queremos saber el rendimiento de la reacción.

$$R=\frac{moles\ \ producto\ obtenidos}{moles\ \ producto\ estequiométricos}.100$$

El producto del que nos dan datos es del óxido de plomo(II), del que nos dicen que se han obtenido 1,865 g. Mediante la masa molar, podemos hallar la cantidad química de producto obtenido.

$$\text{moles de producto obtenidos} = \frac{1{,}865 \text{ g}}{223 \text{ g/mol}} = 0{,}00836 \text{ mol}$$

Para hallar la cantidad química de producto estequiométrica, debemos acudir a la ecuación ajustada, trabajando con la relación que existe entre el plomo y el óxido de plomo(II).

2 Pb + **1** O_2 ------- **2** PbO

$$\frac{n_{Pb}}{2} = \frac{n_{O_2}}{1} = \frac{n_{PbO}}{2}$$

Con los moles de Pb se hallan los moles estequiométricos de PbO (0,0084 mol de PbO)

$$R = \frac{moles\ \ producto\ obtenidos}{moles\ \ producto\ estequiométricos} . 100 = \frac{0{,}00836\ mol}{0{,}0084\ mol} . 100 = 99{,}52\ °/o$$

16. Se hacen reacción 25 mL de una disolución de sulfato de sodio con cloruro de bario, según ***sulfato de sodio + cloruro de bario = sulfato de bario +cloruro de sodio*** *obteniéndose 1,756 g de sulfato de bario. ¿Cuál es la molaridad de la disolución de sulfato de sodio? Ba=137,3 uma; S=32 uma; O=16 uma*

Tipo de problema: X B RL R P

a) Ajuste de la reacción

1 Na_2SO_4 + **1** $BaCl_2$ = **1** $BaSO_4$ + **2** NaCl

b) ¿Qué pide el ejercicio?

Nos pide la molaridad de una disolución en la que el soluto es uno de los reactivos.

$$M = \frac{n_{soluto}}{V(en\ L)_{disolución}} = \frac{n_{soluto}}{0{,}025\ L}$$

Nuestro interés se centrará, por tanto, en hallar los moles de sulfato de sodio.

El único dato que aún no hemos considerado han sido la masa de producto que se ha producido. Para relacionar este dato con los moles de reactivo -que necesitamos- acudiremos a la estequiometría:

1 Na_2SO_4 + **1** $BaCl_2$ = **1** $BaSO_4$ + **2** NaCl

$$\frac{n_{Na_2SO_4}}{1} = \frac{n_{BaCl_2}}{1} = \frac{n_{BaSO_4}}{1} = \frac{n_{NaCl}}{2}$$

1,756 g de sulfato de bario es la masa de $7{,}527.10^{-3}$ mol de $BaSO_4$ .Sustituyendo,

x = $7{,}527.10^{-3}$ mol de sulfato de sodio

Hallar la molaridad de la disolución está chupao:

$$M = \frac{n_{soluto}}{V(en\ L)_{disolución}} = \frac{n_{soluto}}{0{,}025\ L} = \frac{7{,}527.10^{-3}\ mol}{0{,}025\ L} = 0{,}3\frac{mol}{L}$$

17. La reacción de formación del etino o acetileno, C_2H_2, es:

2 C(grafito) + 1 H_2 (g) = 1 C_2H_2(g) ΔH_r=?

(1) Halla la variación de entalpía de esta reacción, sabiendo que

a) C(grafito) + O_2(g) = CO_2(g) ΔH_a= -393,5 kJ/mol de CO_2

b) H_2(g) + O_2(g) = H_2O(l) ΔH_b=-285,8 kJ/mol de agua líquida

c) C_2H_2(g) + O_2(g) = CO_2(g) + H_2O(l) ΔH_c=-1300 kJ/mol de C_2H_2

(2). Discute si el valor de la variación de entropía es grande o pequeño.

(3). ¿Será espontánea esta reacción a temperatura ambiente?

	(1) Aplicando la ley de Hess, tendremos que la entalpía de la reacción pedida es $\Delta H_r = 2\ \Delta H_a + \Delta H_b - \Delta H_c$ ΔH_r = 227,2 kJ/mol de C_2H_2 Es una reacción endotérmica. (2) En esta reacción, el desorden molecular no varía mucho, ya que la estequiometría dice que se forma un mol de un gas y se pierde un mol de otro gas. La variación de entropía será, por tanto, muy pequeña. (3) $\Delta G = \Delta H - T\ \Delta S$; Para que la reacción sea espontánea, la variación de energía libre debe ser negativa; para esta reacción, la variación de entalpía es positiva y la variación de entropía es, prácticamente cero. Por lo tanto, para que la reacción fuese espontánea la temperatura debería ser muy grande. A temperatura ambiente, no es espontánea.
$AgNO_3$ M_A=170 g/mol n_{AgNO3} = 20/170 = 0,118 mol	*18. Dada la siguiente reacción química* ***4*** $AgNO_3$ + ***2*** Cl_2 = ***2*** N_2O_5 + ***4*** *AgCl* + ***1*** O_2 $\Delta H_{reacción}$= *-1400 kJ* *a) ¿Cuántos moles de* N_2O_5 *se obtendrán con 20 g de nitrato de plata?* *b) ¿Y qué volumen de* O_2 *en c.n.?* *(c) ¿Cuántos gramos de dicloro deben reaccionar para que se desprendan 86 kJ?* *DATOS: Ag=108 uma; O=16; N=14 uma.* *a)* $\frac{n_{AgNO_3}}{4}=\frac{n_{Cl_2}}{2}=\frac{n_{N_2O_5}}{2}=\frac{n_{AgCl}}{4}=\frac{n_{O_2}}{1}=\frac{Q_P}{-1400}$ Sustituyendo los moles de nitrato de plata, hallamos los moles de N_2O_5. n_{N2O5} = 0,0588 mol b) De igual manera se hallan los moles de O_2 n_{O2} = 0,0295 mol Aplicando Clapeyron, PV = nRT , V= 0,66L c) Q_P=-86 kJ. Se sustituye y hallamos los moles de Cl_2. n_{Cl2} = 0,123 mol Cl_2 m= 8,723 g de Cl_2

19. Modelos atómicos de Thomson, Rutherford y Bohr. Completa una tabla indicando características del modelo y los problemas que tiene cada uno y que motivaron su abandono.

Hecho que dió origen al modelo	**Características del modelo**	**¿Por qué se abandonó?**
DALTON: A partir de las leyes ponderales.	Los átomos son esferas rígidas e indivisibles. Todos los átomos de un mismo elemento son iguales en masa y propiedades. Los átomos no se crean ni se destruyen, pero en un proceso químico se redistribuyen	Merced a los rayos catódicos y anódicos, se observó que los átomos tienen estructura interna (no son esferas rígidas e indivisibles). Además la mayoría de sus postulados son incorrectos.
THOMSON: Estudiando los rayos catódicos y anódicos.	Su modelo es el del budín de pasas. El átomo estaría formado por una masa compacta de carga positiva, formada por los protones -más tarde se descubrirían los neutrones- en donde se distribuirían los electrones, como pasas en un budín.	La experiencia de Rutherford, que lanzó partículas α (pequeñas partículas radiactivas positivas) sobre una lámina muy delgada de oro; sólo una minúscula parte de las partículas rebotó en la lámina.
RUTHERFORD: A partir de su experiencia de la lámina	Su modelo es como un sistema planetario. El átomo está prácticamente vacío, con un pequeñísimo núcleo (en el que se encuentran los protones y neutrones), girando los electrones a su alrededor	El modelo falla en dos aspectos: a) es inestable. El electrón pierde energía al girar y terminaría cayendo sobre el núcleo. b) no explica los espectros luminosos que se observan en los tubos de descarga.

Hecho que dió origen al modelo	Características del modelo	¿Por qué se abandonó?
BOHR. Intenta mejorar el sistema de Rutherford	Postula que los electrones se mueven en órbitas estacionarias, en las que no pierde energía; y que al pasar de unas a otras emite energía en forma de luz, lo que explicaría los espectros. Introduce el número cuántico principal, n, que se relaciona con la energía del electrón y con el tamaño de la órbita estacionaria : $E=\frac{-13{,}6}{n^2}\ eV \quad R=n^2.\,0'53.10^{-10}\ \mathring{A}$	Sus resultados sólo son válidos para el átomo de hidrógeno.

REPASA TAMBIÉN LA FORMULACIÓN INORGÁNICA Y LA ORGÁNICA. Ejemplos:

1. CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3 .... hexano

2. CH_2=CH-CH-C≡CH 3-Metil-1-penten-4-ino
|
CH_3

3. CH_2=CH
|
CH_3-CH_2-C-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3 .... 3-Butil-3-etil-1,3-pentadieno
|
CH_2=CH

4. CH_3-CN .... etanonitrilo

5. CH=CH-CH_2-COOH Ácido 3-pentenoico
|
CH_3

6. CH≡C-CH_2-O-CH_3 .... metil 2-propinil éter

7. CH≡C-CO-CH_3 3-butin-2-ona

8. CH_3-NH_2 .... metanoamina

9. 2,3-Dimetilpentanodial OHC – CH – CH – CH_2 - CHO
| |
CH_3 CH_3

10. Acetato (etanoato) de propilo .... CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_3

11. Butanoato de potasio CH_3-CH_2-CH_2-COOK

12. 3-pentenamida .... CH_3-CH= CH- CH_2 – $CONH_2$

La fórmula $C_6H_{10}O_2$ representa a muchos isómeros.

a) Un éster con un radical cíclico de 4 carbonos. …..........
CH_2-CH_2
| |
CH_3-COO-CH-CH_2 acetato de ciclobutilo

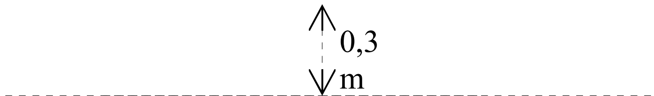
b) Un aldehido ….. CHO-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CHO hexanodial

c) Una cetona …... CH_3-CO-CO-CH_2-CH_2-CH_3 2,3-hexanodiona

d) Un alcohol con dos grupos hidroxilo …........ …..............CH_2=CH-CHOH-CHOH-CH=CH_2 hexa-1,5-dien-3,4-diol

e) Un ácido carboxílico con cinco carbonos en la cadena principal........ CH_2 = CH-CH_2-CH-COOH
|
CH_3 Ac. 2-metil-4-pentenoico

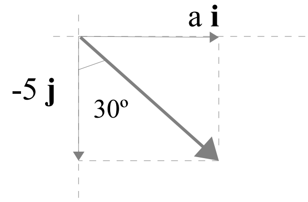
1. NaOH	*Hidróxido de sodio*
2. HOCN	*Ácido ciánico*
3. CH_4	*Metano*
4. K_2O_2	*Peróxido de potasio*
5. BN	*Nitruro de boro*
6. Ag_2CO_3	*Carbonato de plata*
7. $Pb(ClO_3)_2$	*Clorato de plomo(II)*
8. OsO	*Óxido de osmio(II)*
9. HPO_3	*Ácido metafosfórico*
10. $Mg(IO)_2$	*Hipoyodito de magnesio*
11. Permanganato de sodio	$NaMnO_4$
12. Cromato de amonio	$(NH_4)_2CrO_4$
13. Nitrito de galio	$Ga(NO_2)_3$
14. Hidrogenosulfuro de bario	$Ba(HS)_2$
15. Sulfato de aluminio	$Al_2(SO_4)_3$
16. Fosfato de hierro(II)	$Fe_3(PO_4)_2$
17. Dihidrogenosilicato de cobre (I)	$Cu_2H_2SiO_4$
18. Ácido clorhídrico	HCl
19. Amoníaco	NH_3
20. Dióxido de carbono	CO_2



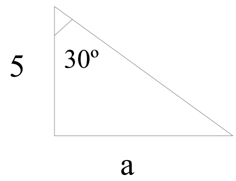
FÍSICA

1. *(a) <u>El vector $\vec{v} = a\,\vec{i} - 5\,\vec{j}$ está en el cuarto cuadrante y forma un ángulo de 30º con la parte negativa del eje Y. Halla "a".</u>*

Lo que pide le ejercicio es la componente horizontal del vector, v_x .
Descomponemos:



Si nos fijamos en el triángulo rectángulo de los módulos, tendremos:



Los dos datos corresponden a los catetos del triángulo, que están relacionados por la tangente del ángulo:

$$\tan(30º) = 0{,}577 = \frac{a}{5} \qquad \textit{luego} \quad a = 2{,}87$$

$$\vec{u}_v = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{|\vec{v}_x|^2 + |\vec{v}_y|^2}$$

$$\vec{v} = |\vec{v}|.\vec{u}_v$$

(b) <u>Una vez conocido el valor de a, halla el vector unitario en la misma dirección, pero sentido contrario al del vector dado.</u> $\vec{v} = 2'87\,\vec{i} - 5\,\vec{j}$

Se trata de aplicar las dos ecuaciones que están en el margen. El módulo de v vale $\sqrt{2{,}87^2 + 5^2} = 5{,}765$. El vector unitario será, por tanto,

$$\vec{u}_v = \frac{(2'87\ ,\ -5)}{5'765} = (0'498\ ,\ -0'867)$$

Aún no hemos terminado; el unitario que acabamos de calcular tiene la misma dirección y el mismo sentido que el vector **v**. El ejercicio pide el unitario con sentido contrario. Cambiar el sentido se expresa, matemáticamente, multiplicando por -1. Luego la solución de este apartado es

$$\vec{u} = (-0'498\ ,\ 0'867)$$

(*c*) *<u>Encuentra un vector de módulo 310 con la misma dirección y sentido que nuestro vector inicial</u>.*

Cualquier vector puede expresarse como el producto de su módulo por el vector unitario que da su dirección y sentido. Por tanto, el nuevo vector será

$$\vec{d} = 310.(0'498\ ,\ -0'867) = (154'38\ ,\ -268'77)$$

(d) *Halla el momento del vector $\vec{v} = 2'87\,\vec{i} - 5\,\vec{j}$, situado en el punto (3,-2,8) respecto al origen de coordenadas, O.*

$$\mathbf{M_O} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 8 \\ 2{,}87 & -5 & 0 \end{vmatrix} = (40,\ 22'96,\ -9'26)$$

<table>
<tr>
<td>$\vec{v}\,.\,\vec{w}=|\vec{v}||\vec{w}|\cos(v\hat{,}w)$

$\vec{v}\,.\,\vec{w}=v_x w_x+v_y w_y+v_z w_z$</td>
<td>(e) ¿Qué ángulo forma el vector $\vec{v}=2'87\,\vec{i}-5\,\vec{j}$ con un vector **w**, cuyo módulo es 16 y que tiene misma dirección y sentido contrario al vector **q**=(-1,0,4).

w = |**w**| $\mathbf{u}_w$ = 16 $\mathbf{u}_w$

Como tiene la misma dirección y sentido que **q**, esto significa que $\mathbf{u}_w$ = - $\mathbf{u}_q$

w = (3'888, 0, -15'523)

v . **w** = 11'159 = 5'765 . 16 . cos (v,w)

cos(v,w) = 0'121

El ángulo es, por tanto, 83'05º</td>
</tr>
<tr>
<td>**r**= (x , y)

$\vec{v}=\frac{d\,\vec{r}}{dt}$

$\vec{a}=\frac{d\,\vec{v}}{dt}$

$|\vec{a}_n|=\frac{|\vec{v}|^2}{R}$

$|\vec{a}_t|=\frac{d\,|\vec{v}|}{dt}$

$|\vec{a}|^2=|\vec{a}_t|^2+|\vec{a}_n|^2$</td>
<td>*2. El vector de posición de un móvil viene dado por* ***r****=(3t , cos t). Se pide:*
a) ecuación de su trayectoria.
b) vector velocidad y vector aceleración
c) Radio de la trayectoria en el instante t=1s

a) La trayectoria viene dada por una ecuación que relaciona las componentes espaciales, x e y. En nuestro caso,
x = 3t
y = cos t
Para relacionarlas, despejamos t en una de ellas (en la primera es más fácil) y lo sustituimos en la segunda.

t = x/3

$\boxed{y = \cos (x/3)}$

Esta es la ecuación de la trayectoria.

b) Derivando el vector de posición obtenemos la velocidad:
v = (3, -sen t) m/s

Derivando la velocidad, tendremos la aceleración.
a = (0 , -cos t) m/s^2

c) El radio se relaciona con el módulo de la aceleración normal (también llamada aceleración centrípeta). Para hallar esa aceleración, aplicaremos la relación entre los módulos de las aceleraciones.

$|\vec{a}|=\sqrt{\cos^t t}=\cos t$

En el instante t=3 s, el módulo de la aceleración es cos 1 (el ángulo en radianes)

$|\vec{a}|=\cos\ 1=0'54\ m/s^2$

Para hallar el módulo de la aceleración tangencial, derivaremos el módulo de la velocidad.
$|\vec{v}|=\sqrt{9+sen^2 t}$

$\frac{d|\vec{v}|}{dt}=\frac{2\ sen\,t\ \cos t}{2\sqrt{9+sen^2 t}}=|\vec{a}_t|$</td>
</tr>
</table>

Para t =1,

$$|\vec{a}_t| = \frac{sen\,1 \cos 1}{\sqrt{9+sen^2 1}} = 0{,}047\ m/s^2$$

Calculemos el módulo de a_n .

$$0'54^2 = 0'047^2 + |\mathbf{a_n}|^2$$

$|\mathbf{a_n}| = 0{,}537\ m/s^2$ Y el módulo de **v** es $\sqrt{9+sen^2 1} = 3{,}12\ m/s$

Por lo tanto, despejando el radio, tendremos

$$R = \frac{3{,}12^2}{0'537} = 18{,}12\ m$$

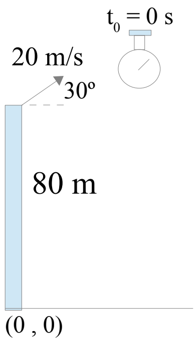
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t-t_0)$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t-t_0)^2$$

3. Desde una altura de 80m se lanza con un ángulo de 30º una piedra de 10 kg con una celeridad de 20m/s. Calcula: (a) su alcance; (b) su velocidad (vector) en el instante de chocar contra el suelo; (c) la máxima altura que alcanza. (d) ¿A qué distancia horizontal del punto de lanzamiento, se encuentra a 50 m de altura?; (e) ángulo que forma el proyectil con el semieje X+ en el instante t=2 s. ¿Sube o baja?

La posición y velocidad de la piedra viene dada por:

$$\vec{v} = (17'32,\ 10) + (0, -9'8)(t-0) = (17'32\ ,\ \ 10 - 9'8t)\ m/s$$
$$\vec{r} = (0{,}80) + (17'32{,}10)\,t + (0, -4'9)\,t^2 = (17'32\ t\ \ ,\ \ 80 + 10t - 4'9t^2)$$

a) Alcance. El alcance es el desplazamiento horizontal, Δx, cuando el objeto choca contra el suelo.



CONDICIÓN DE LLEGAR AL SUELO: $y = y_{suelo}$ $y = 0$

$$80 + 10\,t - 4{,}9\,t^2 = 0$$

Dos soluciones: $t_1 = -3{,}15$ s; $t_2 = 5{,}19$ s

Matemáticamente las dos soluciones son correctas, pero físicamente sólo la segunda tiene sentido, ya que el móvil no puede llegar al suelo antes de ser lanzado (momento en el que pusimos el cronómetro a cero)

Para hallar el desplazamiento horizontal, $\Delta x = x_f - x_i$, tenemos que saber el valor de la componente x al llegar al suelo, o sea, cuando el reloj marca 5,19 s.

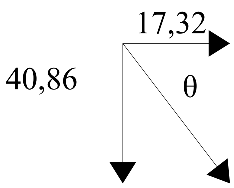
$$x = 17{,}32\ t = 17{,}32\ .\ 5{,}19 = 89{,}89\ m$$

alcance = Δx = 89,89 - 0 = 89,89 m

(b) su velocidad (vector) en el instante de chocar contra el suelo. La velocidad horizontal es siempre la misma, 17'32 m/s; para hallar la velocidad vertical en el instante de chocar contra el suelo simplemente se trata de sustituir en la ecuación de la velocidad vertical el valor del instante t por 5,19s , instante en el que el objeto llega al suelo.

$v_x = 17{,}32$ m/s $v_y = 10 - 9{,}8.5{,}19 = -40'86$ m/s

v = 17,32 **i** -40,86 **j**



Conocida la velocidad con la que llega al suelo, podemos también conocer el ángulo con el que entra en el suelo:

tg θ = 40,86 / 17,32

θ = 67º

(c) la máxima altura que alcanza.

Sabemos que el objeto ha llegado a su punto más alto cuando su velocidad vertical es nula.

$v_y = 0$ m/s $\qquad$ $10-9{,}8t = 0$ $\qquad$ t=1'02 s

Lo que realmente nos pide el ejercicio es la altura, o sea, la y ;

$$y = 80 + 10\,t - 4{,}9\,t^2$$

Para t=1,02 s,

$$y = 80 + 10.1{,}02 - 4{,}9.1{,}02^2 = 85{,}10 \text{ m}$$

Analicemos brevemente este resultado; el objeto alcanza la máxima altura a 85,10 m del suelo -lugar donde hemos situado el origen de alturas- y sube 5,10 m desde el lugar de lanzamiento.

(d) ¿A qué distancia horizontal del punto de lanzamiento, se encuentra a 50 m de altura?

Otra forma de preguntar es: ¿Cuánto vale Δx cuando y=50 m? $\quad \Delta x = x - x_0$

$$x = 17{,}32\,t$$

Para conocer x tenemos que saber el instante t. ¿Cómo? Pues despejándolo de la y , de la que sabemos que vale 50 m.

$$y = 80 + 10\,t - 4{,}9\,t^2 = 50$$

$30 + 10\,t - 4{,}9\,t^2 = 0$ $\qquad$ t=3,70 s (la otra solución no es válida)

$$x = 17{,}32\,t = 17{,}32 \,.\, 3{,}70 = 64{,}08 \text{ m.}$$

La distancia pedida es, entonces, 64,08 – 0 = 64,08 m

(e) Siempre que nos preguntan por ángulos, en cinemática, nos piden el ángulo que forma el vector velocidad con el semieje positivo de las X. Para t=2 s,

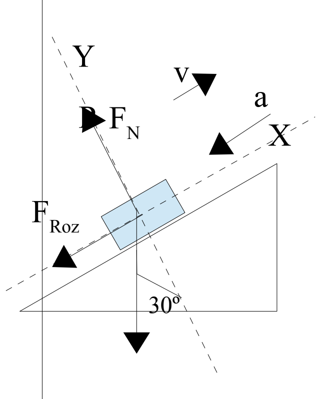
v_x = 17'32 m/s $\qquad$ v_y = 10 – 9,8 (t-0)= 10-19'6= -9'6 m/s

$$\text{tg}\,\theta = 9'6 / 17'32 = 29º$$

El ángulo formado es 29º por debajo del semieje X+ (matemáticamente sería -29º).

El proyectil ya está bajando, pues la componente vertical de la velocidad es negativa.

4. Halla el coeficiente de rozamiento que existe entre un bloque de madera de 5 kg y la superficie de un plano inclinado 30º si en la parte inferior del plano el objeto lleva una rapidez de 12 m/s y sube 2 m hasta parar..



P=5.9,8=
49 N

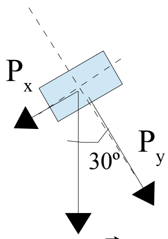
¿Qué nos pide el ejercicio?. El coeficiente de rozamiento dinámico entre la madera y la superficie del plano inclinado, μ_d .

¿Existe alguna ecuación donde aparezca el coef. de roz. dinámico?. Sí, en la definición de fuerza de rozamiento:

$$|\vec{F}_{roz}| = \mu_d \,.\, |\vec{F}_N|$$

Para hallar los módulos de la fuerza de rozamiento y de la fuerza de reacción del plano, debemos utilizar el segundo principio de la dinámica (el famoso principio fundamental o 2º ley de Newton).

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$



$$\text{sen}\,30^{o}=\frac{|\vec{P}_x|}{|\vec{P}|}$$

$$\cos 30^{o}=\frac{|\vec{P}_y|}{|\vec{P}|}$$

$$\vec{P}+\vec{F}_N+\vec{F}_{roz}=m.\vec{a}$$

Elegimos los ejes de modo que la aceleración esté en alguno de ellos. La fuerza normal (de reacción del plano) y la fuerza de rozamiento están en los ejes. Debemos descomponer, únicamente, el peso.

$$|\vec{P}_x|=49\,.\,\text{sen}\,30^{o}=49\,.\,0{,}5=24{,}5\ \text{N}$$
$$|\vec{P}_y|=49\,.\,\cos 30^{o}=49\,.\,0{,}87=42{,}44\ \text{N}$$

Teniendo en cuenta que las componentes del peso están dirigidas hacia la izquierda (X negativa y hacia abajo, Y negativa), podemos poner:

$$\vec{P}=(-24'5\,,-42'44)\ \text{N}$$
$$\vec{F}_N=(0,|\vec{F}_N|)$$
$$\vec{F}_{roz}=(-\mu\,|\vec{F}_N|\,,0)$$

Para hallar la aceleración, aplicamos las ecuaciones del m.r.u.a.

$0 = 12 + \mathbf{a}\,.t$ $\qquad 2 = 12t + ½\mathbf{a}t^2$

$a = -12/t$ $\qquad 2 = 12t + ½\,(-12/t)\,t^2$

$2 = 12t - 6t = 6t$

$t = 1/3$ s

$a = -12/(1/3) = -36\ m/s^2$ $\qquad \vec{a}=(-36{,}0)\,m/s^2$

Aplicando el segundo principio,

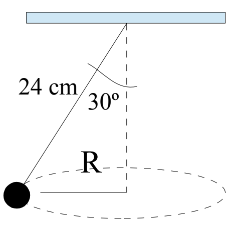
$$(-24'5,-42'44)+(0,|\vec{F}_N|)+(-\mu\,|\vec{F}_N|,0)=5(-36{,}0)$$
$$(-24'5-\mu\,|\vec{F}_N|\ ,\ -42'44+|\vec{F}_N|)=(-180\ \ ,\ 0)$$

Igualando los dos vectores,

$F_N = 42{,}44$ N

$24'5 - \mu\,.\,42{,}44 = -180$

$\mu = 3{,}66$



5. En la figura se representa un péndulo cónico. La masa vale dos kilogramos; la cuerda tiene una longitud de 24 cm. La masa se mueve con un m.c.u., describiendo circunferencias horizontales. Si la cuerda forma un ángulo de 30º con la vertical, halla el período del péndulo

¿Qué pide el ejercicio?. Esa es la primera pregunta que nos debemos hacer siempre cuando estamos delante de un problema. Pide el período del péndulo, esto es, el tiempo que tarda en completar una vuelta.

¿Conocemos alguna ecuación en donde aparezca esa magnitud?.

Sí; el período está relacionado con la velocidad angular del móvil: $T=\frac{2.\pi}{\omega}$

¿Y la velocidad angular?. Pues ésta se relaciona con $|a_n|$: $|\vec{a}_n|=\omega^2.R$

¿Y el módulo de la aceleración normal? . Para el mcu, coincide con el módulo de la aceleración.

¿Y la aceleración?. La podemos conocer, gracias a las fuerzas que actúan, utilizando el principio fundamental de la dinámica:

$$\sum \vec{F}=m.\vec{a}$$

Vamos allá:

$$\vec{P}+\vec{T}=m.\vec{a}_n$$

Los ejes los elegimos de modo que **la aceleración esté en uno de ellos**. La aceleración, en este caso, es aceleración normal o centrípeta, y apunta hacia el centro de la circunferencia.

sen 30º = T_x / T T_x = 0,5 T

cos 30º = T_y / T T_y = 0,87 T

Las dos componentes son positivas, ya que la horizontal apunta hacia la derecha y la vertical lo hace hacia arriba.

$$\vec{T}=(0'5|\vec{T}|\ ,\ 0'87|\vec{T}|)$$
$$\vec{P}=(0\ ,\ -19'6)$$
$$\vec{a}_n=(|\vec{a}_n|\ ,\ 0)$$

Sustituyendo, podemos calcular el valor de la aceleración normal y el de la tensión.

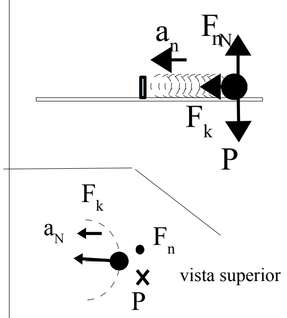
$$(0'5|\vec{T}|\ ,\ 0'87|\vec{T}|)+(0,-19'6)=2(|\vec{a}_n|\ ,\ 0)$$

eje x; 0'5 |T| = 2 $|a_n|$ ===> $|a_n|$ = 5'63 m/s^2
eje y ; 0'87 |T| – 19'6 = 0 ===> |T|= 22'53 N

Con el valor de la aceleración normal y el del radio, podemos hallar la velocidad angular:

$$|\vec{a}_n|=\omega^2.R \qquad \omega=\sqrt{\frac{|\vec{a}_n|}{R}}=\sqrt{\frac{5'63}{0,12}}=8'85\,rad/s$$

Calcular el período es juego de niños: $T=\frac{2.\pi}{\omega}=\frac{2.\pi}{8'85}=0'71\ s$



6. Un muelle de un metro de longitud natural y constante recuperadora, K=1000 N/m, tiene un extremo fijo; al otro se sujeta una masa de un kilogramo que gira en un plano horizontal sin rozamiento con una velocidad angular constante |ω|= 10 rad/s. Calcula (a) cuánto se alarga el muelle y (b) cuánto tiempo tardará la masa en recorrer 50 m

(a) El ejercicio pide el alargamiento del muelle, x . Esa magnitud aparece en el módulo de la fuerza elástica (la de los muelles, de acuerdo con la ley de Hooke) :

$|F_{recuperadora}|$ = K x = 1000 x

Únicamente nos hace falta saber el valor de la fuerza recuperadora del muelle, F_k . Es necesario usar el segundo principio.

$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}$$
$$\vec{P}+\vec{F}_n+\vec{F}_k=m.\vec{a}$$

Como todas las fuerzas están situadas en los ejes, no hay que descomponerlas. (ya están descompuestas)

|P| = m |g| = 1 . 9'8 = 9,8 N $\vec{P}=(0\ ,\ -9'8)N$

$|F_n|$ = desconocido. $\vec{F}_n=(0\ ,\ |\vec{F}_n|)$

$|F_k|$ = 1000x N $\vec{F}_k=(-1000x\ ,\ 0)N$

$$|\vec{a}|=\sqrt{|a_t|^2+|\vec{a}_n|^2}=|\vec{a}_n|$$ ya que al ser un mcu no hay aceleración tangencial

$$|\vec{a}_n|=\omega^2 . R=10^2 .(1+x)=100+100x$$

$$\vec{a}_n=(-100-100x\ ,\ 0)\ m/s^2$$

Sustituyendo en la ecuación fundamental de la dinámica, tendremos:

$$(-1000x\ ,\ -9'8+|\vec{F}_n|)=1.(-100-100X ,0)$$

Eje X : -1000x = -100 – 100x   100 = 900 x

$$x=\frac{1}{9}m= 0'11\,m$$

(b) Hay muchas maneras de abordar este apartado. Tal vez la más cómoda sea calcular cuántas vueltas tiene que dar la masa para recorrer los cincuenta metros y, después, utilizar la frecuencia (nº de vueltas que da cada segundo) para hallar el tiempo transcurrido.

El radio de la circunferencia es 1,11 m. Cada vez que la masa da una vuelta, recorre L = 2 π 1,11 = 6'974 m.

Calculamos ahora, mediante una sencilla regla de tres, cuántas vueltas tiene que dar para recorrer 50 m, sabiendo que cada vuelta recorre 6'974 m. Nos sale que tiene que dar 7'169 vueltas.

La frecuencia está relacionada con la velocidad angular. Luego

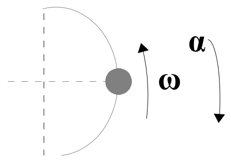
f= 10/(2π) = 1'591 vueltas/s

En un segundo da 1,591 vueltas. En dar 6'974 vueltas tardará 4,38 s

Solución= 4,38 s

R=0,25 m

$|\omega_0|$ = 100 rad/s



$|\mathbf{a}_t| = |\boldsymbol{\alpha}|\ R$

7. Una rueda de 50 cm de diámetro gira a una velocidad angular de 100 rad/s cuando se le aplica un freno que le comunica una aceleración tangencial de frenado $|\boldsymbol{a}_t|=6\ m/s^2$. *¿Cuántas vueltas da hasta que se para?*

El número de vueltas está íntimamente relacionado con el ángulo recorrido, $\Delta\theta = \theta-\theta_0$. (cada 2π radianes es una vuelta).

$$\vec{\theta}=\vec{\theta}_0+\vec{\omega}_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\vec{\alpha}(t-t_0)^2$$

El módulo de la aceleración angular es 6/0'25 = 24 rad/s² . Es de frenado: tiene sentido contrario a la velocidad angular. Tomando el sentido antihorario como positivo, **α**=(0,0,-24) rad/s². Tomando referencias de tiempo y de ángulo cuando y donde el móvil está en la posición indicada en la figura, escribiremos:

$$\vec{\theta}=(0,0,0)+(0,0,100)t+\frac{1}{2}(0,0,-24)t^2$$
$$\vec{\theta}=(0,0,100t-12t^2)$$

Para hallar el ángulo necesitamos conocer el instante en el que la rueda se para. Ese instante lo conoceremos diciendo que la velocidad angular final es cero.

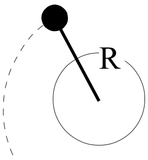
$$\vec{\omega}=\vec{\omega}_0+\vec{\alpha}(t-t_0)$$
$$(0,0,0)=(0,0,100)+(0,0,-24)t$$
$$0=100-24t \qquad t=4'167\,s$$

$$\vec{\theta}=(0,0,208'33)\,rad \qquad |\Delta\vec{\theta}|=208,33\,rad$$

Luego, $$n^o\ de\ vueltas=\frac{208,33}{2\pi}=33'157\,vueltas$$

3ª ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G\,M_{planeta}} R^3$$

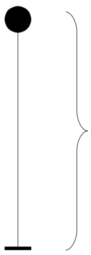


8. Un satélite artificial de 500 kg gira, con un m.c.u., alrededor de un planeta ($M_{planeta}=10^{28}$ kg; $R_{planeata}$=50000 km), a una altura de 20000 km sobre su superficie. Halla el período de rotación del satélite
DATOS: G=6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2.

Aplicando la 3 ley de Kepler, se tiene $$T^2 = \frac{4\pi^2}{6'67.10^{-11}.10^{28}} 70000000^3$$

(fíjate que el radio de la órbita del satélite es la suma del radio de planeta y la altura sobre la superficie, y DEBE EXPRESARSE en metros.

T = 20301495 s = 234'97 días terrestres



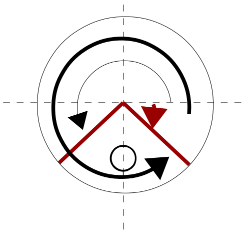
8 m

9. Una masa de 3 kg oscila verticalmente, de modo que cada diez segundos da 5 oscilaciones completas. Con los datos del dibujo, escribe (a) la ecuación de la elongación, velocidad y aceleración del m.a.s. que lleva la masa;
(b) Algunos instantes en los que la masa pasa por la elongación **r**= -2**j** m
(c) En el instante t= 130'6 s, la masa ¿sube o baja?
(d) Halla la fase para ese mismo instante.

a) La ecuación pedida es de la forma **r** = A sen (|**ω**|t+δ)

Del dibujo, A=4 m; δ=π/2 (ya que se encuentra en el extremo superior)
|**ω**|=2π/T. El período T, lo que tarda en dar una oscilación completa es 2s -tarda 10 s por cada 5 oscilaciones completas). Así, |**ω**|=π

r = 4 sen (π t + π/2) **j** m



(b) Sustituyendo **r** = -2 **j** , tenemos:

-2 = 4 sen (π t + π/2)

Despejando el seno:

-0,5 = sen (π t + π/2) $\longrightarrow$ arc sen (-0,5) = π t + π/2

La calculadora da como solución un ángulo de -0'524 rad. (el ángulo pequeño y negativo). Pero ese valor no nos vale, ya que en el ma.s. se toma siempre sentido positivo. Las dos soluciones válidas en esta primera vuelta serían (π+0'524) y (2π-0'524), que son los dos ángulos positivos dibujados. Sustituyendo cada uno de estos valores tendremos:

π+0'524 = π t + π/2 t = 0,667 s

2π-0'524 = π t + π/2 t = 1'333 s

En esos instantes, la masa tiene una elongación de -2**j** m. Pero esas soluciones son sólo en la primera vibración. Como el período es 2s, la masa vuelve a pasar por esa posición en los instantes 2'667 s, 3'333 s , 4'667 s, 5'333s, etc.

(c) Para saber si sube o baja tenemos que ver el signo de la velocidad: + sube; - baja.
Derivando la elongación, tendremos:

v = 4π cos (π t + π/2) **j** m/s

Con la calculadora en radianes, sustituyendo t por 130'6s, tendremos:

v = -11'95 **j** m/s ESTÁ BAJANDO

d) La fase es π t + π/2 . Sustituyendo el valor de t, será 411'863 rad

10. La pista de la figura está formada por un tramo inclinado un ángulo α = 30º, un tramo horizontal de longitud d = 0.2 m y un cuadrante circular de radio R = h/3. Una masa considerada puntual m = 3 kg se sitúa sin velocidad inicial a una altura h = 2 m sobre el plano inclinado y cae por la pista. Entre la masa y los dos tramos rectilíneos hay rozamiento con coeficiente μ = 0.2 y en el tramo curvo no hay rozamiento.

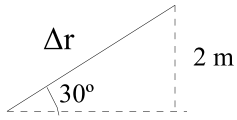
*a) Calcular el trabajo de rozamiento en los dos tramos con rozamiento. DATO: la fuerza normal viene dada por |**peso**|.cosα (en el primer tramo α=30º; en el tramo horizontal, α=0º).*

$|\mathbf{F}_{roz}| = \mu\, |F_N|$

$|P| = m\, |g|$

El trabajo de la fuerza de rozamiento se calcula con la ecuación general del trabajo: $W_{Froz} = |F_{roz}|\, |\Delta\mathbf{r}| \cos (F_{roz}\hat{}\Delta r)$. Siempre, el rozamiento tiene sentido contrario al desplazamiento, de modo que el ángulo entre ellos es 180º y su coseno es -1. Luego:

$W_{Froz} = -|F_{roz}|\, |\Delta\mathbf{r}|$



sen 30º = 2/|Δr|

Primer tramo: W_{Froz} = - 0'2.(3.9'8).cos30º. 2/sen 30º =
= - 20,369 J

Segundo tramo: W_{Froz} = - 0'2.(3.9'8).cos0º 0'2 = - 1,176 J

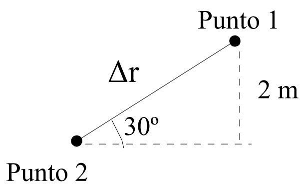
b) Halla la velocidad al final del tramo inclinado; al final del tramo horizontal; ; al final del tramo curvo.

Aplicaremos la conservación de la energía mecánica a cada tramo.

$E_2 = E_1 + W_{Froz}$

$E = EC + EP$

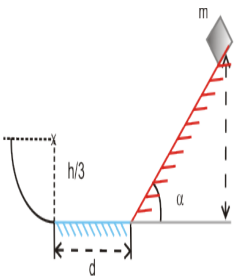
I) Tramo inclinado:



$$E_1 = EC_1 + EP_1 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= 0 + 3\,.\,9{,}8.2 = 58{,}8\,J$$

$$E_2 = EC_2 + EP_2 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= \frac{1}{2} 3|\vec{v}_2|^2 + 3\,.\,9{,}8.0 = 1{,}5|\vec{v}_2|^2$$

$$1{,}5|\vec{v}_2|^2 = 58{,}8 + (-20{,}369) = 38{,}431\,J$$
$$|\vec{v}_2| = 5{,}061\,m/s$$



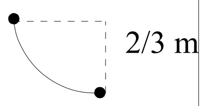
II) Tramo horizontal

$$E_1 = EC_1 + EP_1 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= \frac{1}{2} 3\,5{,}061^2 + 0 = 38{,}431\,J$$

$$E_2 = EC_2 + EP_2 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= \frac{1}{2} 3|\vec{v}_2|^2 + 3\,.\,9{,}8.0 = 1{,}5|\vec{v}_2|^2$$

$$1{,}5|\vec{v}_2|^2 = 38{,}41 + (-1{,}176) = 37{,}234\,J$$
$$|\vec{v}_2| = 4{,}98\,m/s$$

III) Tramo curvo.



$$E_1 = EC_1 + EP_1 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= \frac{1}{2} 3.\,4{,}98^2 + 0 = 37{,}234\,J$$

$$E_2 = EC_2 + EP_2 = \frac{1}{2} m|\vec{v}|^2 + m|\vec{g}|h =$$
$$= \frac{1}{2} 3|\vec{v}_2|^2 + 3\,.\,9{,}8.\,\frac{2}{3} = 1{,}5|\vec{v}_2|^2 + 19{,}6$$

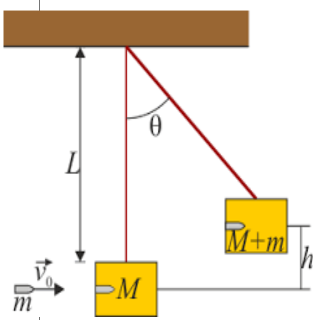
$$1{,}5|\vec{v}_2|^2 + 19{,}6 = 37{,}234\,J$$
$$|\vec{v}_2| = 3{,}428\,m/s$$

CHOQUE:

$\mathbf{p}_{antes} = \mathbf{p}_{después}$

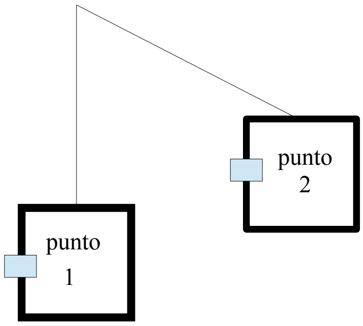
$\mathbf{p} = m.\mathbf{v}$

M=20 kg
m=50 g
h=0,3 m



11. Un péndulo balistico está formado por una masa de madera de 20 kg que cuelga del techo. Cuando se dispara una bala de 50 g sobre la madera, se incrusta en ella y como resultado de ese choque, el bloque madera-bala adquiere una velocidad que le permite subir una altura h hasta que se para (sólo el peso realiza trabajo). Con los datos del diagrama, calcula la rapidez de la bala al chocar con la madera.

Este ejercicio tiene dos partes: la primera es el choque de la bala con el bloque de madera, incrustándose la bala en él. La segunda parte es la elevación del conjunto bala-madera. Empezaremos por la segunda parte.



$$E_1 = EC_1 + EP_1 = \frac{1}{2} m|\vec{v}_1|^2 + m|\vec{g}|\,h =$$
$$= \frac{1}{2} 20{,}05\,.|\vec{v}_1|^2 + 20{,}05\,.\,9{,}8\,.\,0 = 10{,}025|\vec{v}_1|^2$$

Esa rapidez es la que tiene el conjunto bala−madera al incrustarse la bala. Tomamos como cero la altura del bloque en ese momento

$$E_2 = EC_2 + EP_2 = \frac{1}{2} m|\vec{v}_2|^2 + m|\vec{g}|\,h_2 =$$
$$= 0 + 20{,}05\,.\,9{,}8\,.\,0{,}3 = 58{,}947\ J$$

En este caso no actúa ninguna fuerza no conservativa -de rozamiento- Luego la energía mecánica final es igual a la energía mecánica inicial.

$$58{,}947 = 10{,}025|\vec{v}_1|^2$$
$$|\vec{v}_1| = 2{,}425\ m/s$$

Después de recibir el impacto de la bala, el conjunto bala-madera adquiere una rapidez de 2,425 m/s.

Para hallar la velocidad con la que la bala se incrusta en el bloque de madera, aplicarmos la conservación del momento lineal (cantidad de movimiento).

ANTES DEL CHOQUE DESPUÉS DEL CHOQUE

$\mathbf{p}_{antes} = 0{,}05\ \mathbf{v}_{bala} + 0 = 0{,}05\ \mathbf{v}_{bala}$ $\mathbf{p}_{después} = 20{,}05\ .\ (2'425\ ,\ 0\ ) = (48'621\ ,\ 0)$ kgm/s

En el choque se conserva el momento lineal. Luego,

$$0{,}05\, v_{\vec{bala}} = (48'621\ ,\ 0)$$
$$v_{\vec{bala}} = (972\ ,\ 0)\, m/s$$